

Повхан І.Ф.

ДВНЗ «Ужгородський національний університет»

ПОНЯТТЯ ФУНКЦІЇ ТА АЛГЕБРАЇЧНОЇ СХЕМИ РОЗПІЗНАВАННЯ В ЗАДАЧАХ КЛАСИФІКАЦІЇ ДИСКРЕТНИХ ОБ'ЄКТІВ

Робота присвячена принципам понять теорії розпізнавання дискретних об'єктів – функції та алгебраїчній схемі розпізнавання. Правильно побудована функція розпізнавання дозволяє забезпечити мінімальну та ефективну схему класифікації, що забезпечує просте та повне розпізнавання дискретних об'єктів.

Ключові слова: розпізнавання дискретних об'єктів, алгебраїчна схема, функція розпізнавання.

Актуальність. Під час розв'язку задач класифікації дискретних об'єктів вирішальне значення має якість функції розпізнавання, яка безпосередньо впливає на ефективність та простоту загальної схеми класифікації.

Також слід зауважити, що суттєвим аспектом задачі розпізнавання образів, який безпосередньо впливає як на якість, так і на швидкість класифікації, є вибір ознак в процесі попередньої обробки початкових даних [1]. Другим важливим аспектом є процес побудови основного правила класифікації (схеми), яке базується на використанні даних ознак і забезпечує розв'язок задачі класифікації. Ці два основні аспекти (етапи) довільної задачі розпізнавання дискретних об'єктів знаходять своє відображення в загальній структурній схемі побудови функції розпізнавання.

Зазначимо також, що здебільшого об'єкт в задачах розпізнавання образів представляється як вектор значень деяких ознак, кількість яких може бути дуже великою, а інформативність одних суттєво більша за інших. Зрозуміло, що збільшення кількості ознак значно ускладнює процес побудови схеми класифікації, збільшує витрати, пов'язані зі збереженням даних про образи, та що найгірше, в деяких випадках може привести до зниження точності розпізнавання. У зв'язку з цим виникає важлива задача, яка напряму пов'язана з головною проблемою теорії розпізнавання – задачею вибору з початкових ознак деякої кількості ознак та їх сполучень, найбільш важливих для розв'язання поставленої задачі. Для розв'язання даної проблеми необхідно, по-перше, вміти оцінювати важливість різних ознак та їх сполучень. Важливість ознак визначається найчастіше за даними за допомогою тих чи інших критеріїв важливості [2; 3].

В самому простому випадку, коли навчаюча вибірка представлена у вигляді векторів з відомою функцією розпізнавання для кожного з них, про-

цес класифікації буде представляти лише пошук у вибірці об'єкта, значення ознак якого співпадають зі значеннями ознак об'єкта класифікації (припускаємо лише, що дана вибірка буде адекватно описувати множину класів образів). Але за великого об'єму навчаючої вибірки це призведе до великих витрат часу та пам'яті (причому при надходженні нового об'єкта класифікації все буде повторюватись). Саме представлення вибірки у вигляді дерева дозволить зберегти і час, і пам'ять ЕОМ [4; 5].

Постановка завдання. Загальну задачу розпізнавання (класифікації) образів можна сформулювати в наступному спрощеному вигляді. Нехай на деякій множині M об'єктів w задане розбиття R на скінчене число m підмножин (класів, образів) H_i ($i = 0, \dots, m$). Відповідні множини $H_0, H_1, \dots, H_m$ будемо називати образами, а елементи множини M – зображеннями або представниками образів $H_0, H_1, \dots, H_m$. Об'єкти (зображення) w задаються наборами значень деяких ознак $x_j, j = 1, \dots, n$. Якщо $w \in H_i$, то будемо рахувати, що даний об'єкт належить образу H_i . В загальному випадку образи $H_0, H_1, \dots, H_m$ можуть бути задані імовірнісними розподілами $p(H_0 / w), p(H_1 / w), \dots, p(H_m / w)$, де $p(H_i / w)$ – імовірність (або в неперервному випадку щільність імовірності) належності $w(w \in M)$ образу H_i .

Зазвичай в задачах розпізнавання на початку задається деяка апіорна інформація про характер розбиття R і залежно від характеру даної інформації. Слід зазначити, що фіксований набір ознак, якими характеризується w , завжди один і той самий для всіх об'єктів, які розглядають під час розв'язання даної задачі. Кожна з ознак може приймати значення з різних множин допустимих значень ознак. Наприклад, дуже часто ознаки приймають значення із множини $\{0, 1\}$, або ознака приймає скінчене число значень – $\{a_1, a_2, \dots, a_d\}$, значення ознаки може бути функцією розподілу деякої випадкової величини. Об'єкти, які

належать якомусь одному класу, характеризуються певною спільністю своїх ознак, а об'єкти з різних класів такої спільності не мають, отже, розв'язання задачі розпізнавання зводиться до того, щоб якимось чином виділити та описати цю спільність або її відсутність. Під час розпізнавання образів найважливішою, а іноді єдиною заданою інформацією про розбиття, є навчаюча вибірка (НВ): $(A_1, H_{s,1}), (A_2, H_{s,2}), \dots, (A_z, H_{s,z})$, де A_k – певні об'єкти (вектори), $H_{s,k}$ – номери класів, які містять в собі об'єкти A_k . Належність об'єкта до того чи іншого класу визначається зазвичай в результаті проведення експериментальних досліджень, в ході яких і формується НВ. Саме на основі неї в задачах з попереднім навчанням будується правило класифікації, а розв'язок полягає у визначенні класу, до якого належить об'єкт, який досліджується. Кожне розбиття $H_0, H_1, \dots, H_m$ можна реалізувати за допомогою деякої скінченно-значної функції $f_r(w)$, аргумент якої приймає значення з множини M . Наприклад, для розбиття $H_0, H_1, \dots, H_m$ можливо використати функцію $f_r(w) = i$, якщо w належить $H_i, i = 0, \dots, m$. Слід зазначити, що функція $f_r(w)$, де $w \in M$, визначає своєю чергою деяке розбиття множини M . Крім того, $f_r(w)$ тільки тоді всюди визначена на множині M , коли відповідне розбиття R є повним. Отже, кожне розбиття $H_0, H_1, \dots, H_m$ можна задати за допомогою скінченно-значної функції $f_r(w)$, і навпаки – кожна скінченно-значна функція $f_r(w)$ задає деяке розбиття.

В загальному випадку задача розпізнавання (класифікації) образів полягає в побудові функції $f_r(w)$, яка реалізує розбиття R множини M або розрахунку значень деяких предикатів $P_i(w)$ (зауважимо, що рішення про належність об'єкта до того чи іншого класу може кодуватися наступним чином: 0 (w не належить H_i) та 1 (w належить H_i)).

Визначимо ознаку деякого об'єкта w як деяку функцію $f(w)$, аргументи якої приймають значення з довільної множини G , а $f(w)$ – із скінченної множини $\{0, 1, \dots, k\}$. Функція $f(w)$ може мати як детермінований, так і імовірнісний характер. Довільну функцію $f(w)$, визначену на G , та таку, що приймає скінчене число значень, ми назвали ознакою. Нехай L – деякий клас ознак на множині M , а K – клас схем. Під схемою $S(f_1, f_2, \dots, f_n)$ з класу K будемо розуміти оператор, який ознакам $f_1, f_2, \dots, f_n$ з L ставить у відповідність деяку (скінченно-значну) функцію $\phi(x) = S(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$, визначену на множині M [5; 6]. В якості елементарних ознак можуть виступати предикати, тобто детерміновані ознаки, які приймають значення 0 або 1 .

Від них будемо вимагати, щоб вони в деякому розумінні були найпростішими (були описом фіксованого образу). Ознаку, яку можна отримати деяким способом з елементарних ознак $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$, назовемо узагальненою ознакою.

Поняття схеми розпізнавання дискретних об'єктів. Одним з важливих понять теорії програмування та теорії алгоритмів є поняття алгоритмічної схеми розпізнавання. Нехай задана деяка множина G . Позначимо через $E(G)$ множину всіх одномісних операцій на G , а через $R(G)$ множину всіх одномісних k – значних предикатів на G , ($k \geq 2$). Введемо ще множину $Z(G) = E(G) \cup R(G)$.

(G, n, m) – набором називається скінченна подвійна послідовність вигляду

$$f_1, f_2, \dots, f_n; p_1, p_2, \dots, p_m, \quad (0 \leq n \leq \infty; 0 \leq m \leq \infty),$$

де $f_i \in E(G)$ ($i = 1, 2, \dots, n$), $p_j \in R(G)$ ($j = 1, 2, \dots, m$).

$F(n, m)$ – схемою називається правило, яке ставить у відповідність кожному (G, n, m) – набору деяку операцію з $E(G)$. $P(n, m)$ – схемою називається правило, яке ставить у відповідність кожному (G, n, m) – набору деякий предикат з $R(G)$.

$F(n, m)$ та $P(n, m)$ – схеми будемо називати схемами.

Схема називається алгоритмічною, якщо вказане вище правило є конструктивним. Слід зазначити, що приведені вище визначення схеми є більш загальним. Схеми програм, логічні схеми алгоритмів, комбінаційні скінчені автомати є схемами в визначеному вище сенсі.

В даній роботі розглядаються алгоритмічні схеми над ознаками, які використовуються для опису об'єктів під час розпізнавання. Крім того, досліджується зв'язок між алгоритмічними схемами розпізнавання, з одного боку, та скінченими розбиттями і скінченими алгебрами, з іншого.

Нехай G – деяка множина. Ознакою будемо називати k – значний предикат, заданий на G . Всякий k – значний предикат, заданий на G , задає деяке розбиття R множини G на k класів:

$$R: G_0, G_1, \dots, G_{k-1} \text{ а саме:}$$

$$(x \in G \text{ and } p(x) = i) \Leftrightarrow (x \in G_i); \quad (i = 0, 1, 2, \dots, k-1),$$

причому $G_i \cap G_j = \emptyset$, ($i \uparrow j$) та $\bigcup_{i=0}^{k-1} G_i = G$.

Нехай p_1 та p_2 – два k – значні предикати, які задані на G . Визначимо на G наступні предикати:

$$p = p_1 \wedge p_2 = \min(p_1, p_2); \quad (1)$$

$$p = p_1 \vee p_2 = \max(p_1, p_2); \quad (2)$$

$$p = \overline{p_1} = (k-1) - p_1; \quad (3)$$

$$\phi_i(p_1) = \begin{cases} k-1, & \text{if } p_1 = i \\ 0, & \text{if } p_1 \neq i \end{cases} \quad (4)$$

Зауважимо, що тут ($i = 0, 1, 2, \dots, k-1$). Предикати $\phi_i(p_1)$ називаються характеристичними пред-

икатами. Очевидно, що предикати, які задані за допомогою схем (1–4) також є ознаками в визначеному вище сенсі.

З'ясуємо, яким чином пов'язане розбиття множини G , яке задане схемами (1–4), з розбиттями, які задаються предикатами p_1 та p_2 .

Нехай p_1 , p_2 та p визначають розбиття R_1 , R_2 та R множини G , відповідно, на класи:

$$R_1 : G_0^1, G_1^1, G_2^1, \dots, G_{k-1}^1; \quad R_2 : G_0^2, G_1^2, G_2^2, \dots, G_{k-1}^2;$$

$$R : G_0, G_1, G_2, \dots, G_{k-1};$$

Тоді схема (1) задає розбиття:

$$R : G_i = \left(\bigcup_{j=0}^{k-1} (G_i^1 \cap G_j^2) \right) \cup \left(\bigcup_{l=0}^i (G_l^1 \cap G_i^2) \right); \quad (5)$$

Зауважимо, тут $(i = 1, 2, 3, \dots, k-1)$. Схема (2) задає розбиття:

$$R : G_i = \left(\bigcup_{j=i}^{k-1} (G_i^1 \cap G_j^2) \right) \cup \left(\bigcup_{l=0}^i (G_l^1 \cap G_i^2) \right); \quad (6)$$

Зауважимо, тут $(i = 1, 2, 3, \dots, k-1)$. Схема (3) задає розбиття

$$R : G_i = G_{k-1-i}^1; \quad (7)$$

Зауважимо, тут $(i = 1, 2, 3, \dots, k-1)$. Схема (4) задає розбиття

$$R : G_0 = G \setminus G_i^1; G_{k-1} = G_i^1; G_j = \emptyset; \quad (8)$$

Зауважимо, тут $(j = 1, 2, 3, \dots, k-2)$. Позначимо через $\cup_p$ множини, елементами якого є класи $G_i, (i = 0, 1, 2, \dots, k-1)$, розбиття, яке визначається предикатом p .

Таким чином, якщо задача розпізнавання полягає в тому, щоб розділити множину G на k класів, що не перетинаються $G_0, G_1, \dots, G_{k-1}$, причому з номером класу $G_i, (i = 0, 1, 2, \dots, k-1)$ не зв'язуємо ніяких властивостей, то можна рахувати, що предикати p та $\bar{p}$ задають одне й те саме розбиття.

Схеми (1–4) мають наступні властивості:

- 1) $p_1 \vee p_2 = p_2 \vee p_1$;
- 2) $p_1 \vee (p_2 \vee p_3) = (p_1 \vee p_2) \vee p_3$;
- 3) $p_1 \& p_2 = p_2 \& p_1$;
- 4) $p_1 \& (p_2 \& p_3) = (p_1 \& p_2) \& p_3$;
- 5) $p_1 \vee (p_2 \& p_3) = (p_1 \vee p_2) \& (p_1 \vee p_3)$;
- 6) $p_1 \& (p_2 \vee p_3) = (p_1 \& p_2) \vee (p_1 \& p_3)$;
- 7) $\overline{p_1 \vee p_2} = \overline{p_1} \& \overline{p_2}$;
- 8) $\overline{p_1 \& p_2} = \overline{p_1} \vee \overline{p_2}$;
- 9) $0 \vee p = p$;
- 10) $(k-1) \vee p = k-1$;
- 11) $0 \& p = 0$;
- 12) $(k-1) \& p = p$;
- 13) $p_1 \vee p_2 = p_1 \Leftrightarrow G_i^1 \subset \bigcup_{j=i}^{k-1} G_j^2, (i = 0, 1, \dots, k-1)$;

$$14) p_1 \wedge p_2 = p_2 \Leftrightarrow G_i^1 \subset \bigcup_{j=i}^{k-1} G_j^2, (i = 0, 1, \dots, k-1);$$

Зауважимо, що властивості (1–12) відомі для функцій булевої алгебри.

Під час розпізнавання дискретних об'єктів доводиться зазвичай враховувати значення не

однієї якоїсь ознаки, а декількох ознак. Крім того, здебільшого вказані ознаки та ознаки, які задають відповідне розбиття множини G , не співпадають за значністю. Тоді розбиття множини G , яке ми шукаємо, задається k -значним предикатом на G , який представляється у вигляді деякої схеми над предикатами $p_1, p_2, \dots, p_m$ на G , які мають відповідні значності $k_1, k_2, \dots, k_m$ де $p_1, p_2, \dots, p_m$ – ознаки, які враховуються під час класифікації (розпізнавання) елементів множини G .

Зауважимо, що вказана схема – це деяка $P(o, m)$ схема, яка представляє собою відображення (G, o, m) – набору $p_1, p_2, \dots, p_m$ на множину E^k , $(E^k = \{0, 1, \dots, k-1\})$.

Вказані схеми можуть бути представлені у вигляді ДНФ багатозначних логічних функцій в системі Россера-Тьюкетта, причому характеристичні функції мають вигляд:

$$\phi_j(p_i) = \begin{cases} k_i & \text{if } p_i = j \\ 0 & \text{if } p_i \neq j \end{cases}. \quad (9)$$

Зауважимо, що тут $(j \in \{0, 1, \dots, k_i\}), (i \in \{1, 2, \dots, m\})$.

Розглянемо приклад. Нехай на G задані наступні ознаки:

p_1 , задає розбиття $R_1 : G_0^1, G_1^1$;

p_2 , задає розбиття $R_2 : G_0^2, G_1^2, G_2^2$;

Нехай розбиття R задається предикатом p , який залежить від ознак p_1, p_2 та представлений в табличній формі:

Таблиця 1

Представлення предикату p в табличній формі

p	0	2	1	0	2	3
p_1	0	0	0	1	1	1
p_2	0	1	2	0	1	2

Визначимо наступні предикати (характеристичні):

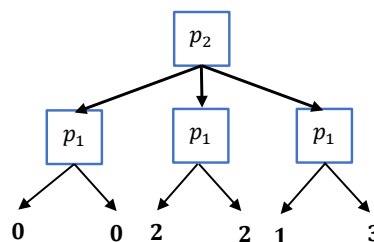
$$\phi_j(p_i) = \begin{cases} 3 & \text{if } p_i = i \\ 0 & \text{if } p_i \neq i \end{cases}.$$

Зауважимо, що тут $(j \in \{1, 2\}), (i \in \{0, 1, 2\})$.

Тоді будемо мати наступне представлення:

$$p = 1\phi_0(p_1)\phi_2(p_2) \vee 2(\phi_0(p_1)\phi_1(p_2)) \vee \phi_1(p_1)\phi_1(p_2) \vee 3\phi_1(p_1)\phi_2(p_2). \quad (10)$$

В графічній формі його можна задати наступним чином (Рис. 1):

Рис. 1. Представлення предикату p у вигляді логічного дерева

Використовуючи алгоритми мінімізації дерева класифікації, отримаємо наступне мінімальне дерево (Рис. 2).

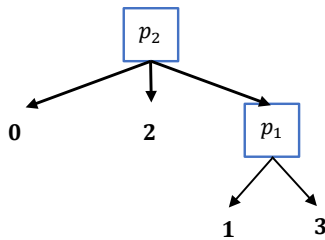


Рис. 2. Мінімізоване логічне дерево предикату p

Даний предикат, записаний в аналітичній формі, буде мати наступний вигляд:

$$p = 2\phi_1(p_2) \vee 1\phi_0(p_1)\phi_2(p_2) \vee 3\phi_1(p_1)\phi_2(p_2) \quad (11)$$

Таким чином, використовуючи відомі методи мінімізації k – значних логічних функцій, можна значно спростити схеми, які задають предикати розпізнавання.

Враховуючи формули (5–8), легко помітити, що формула $\phi_i(p_i) * \phi_l(p_m)$ задає наступне розбиття множини G :

$$R : G_{k-1} = G_l^j \cap G_l^m; G_0 = G \setminus G_{k-1}; G_s = \emptyset$$

Зауважимо, тут

$$(s \in \{1, 2, \dots, k-2\}; i, l \in \{0, 1, \dots, k-1\}).$$

Отже предикат, який задається формулою (11), задає фактично розбиття:

$$R : G_0 = G_0^2; G_1 = G_0^1 \cap G_2^2; G_2 = G_1^2; G_3 = G_1^1 \cap G_2^2;$$

Під час розпізнавання образів часто виникає ситуація, коли не для всіх $x, (x \in G)$ відомі значення всіх ознак та, відповідно, для деяких x ми не можемо розрахувати значення предиката $p(x)$, який задає дане розбиття множини G . В цьому випадку значення даного предиката $p(x)$ треба розраховувати, виходячи з тих ознак, значення яких відомі, використовуючи наприклад початкові відомості щодо важливості дискретних ознак [6].

Може бути випадок, коли значення всіх ознак відомі, але не відомо значення предикату $p(x)$. При цьому для розрахунку значення предикату $p(x)$ доцільно застосувати методи розпізнавання дискретних об'єктів (наприклад тестові методи та інше).

Алгебра розбиття. Непуста родина S множин називається алгеброю, якщо з:

$$A_1 \in S, A_2 \in S \Rightarrow (A_1 \cup A_2) \in S, (A_1 \cap A_2) \in S, \bar{A}_1 \in S$$

Ми будемо розглядати алгебру S на деякій множині G , тобто всі множини родини S будемо рахувати підмножинами множини G .

Оскільки $A \cap \bar{A} = \emptyset$ та $A \cup \bar{A} = G$, то множина $\emptyset$ та G належить довільній алгебрі S .

Очевидно, що перетин алгебр є також алгеброю.

Нехай B – деяка родина множин. Через $S(B)$ позначимо перетин всіх алгебр, які містяться в родині B . Зрозуміло, що $S(B)$ є мінімальною алгеброю, яка містить родину B . Родина B називається базисом алгебри S_1 , якщо $S_1 = S(B)$.

Нехай R – скінчене розбиття множини G (розглядати в цій роботі будемо лише скінчені розбиття). Алгебра S_1 називається алгеброю розбиття, якщо деяке розбиття R є базисом даної алгебри, тобто якщо $S_1 = S(B)$.

Теорема 1 Нехай R – скінчене розбиття множини G . Тоді всі елементи алгебри S_1 є об'єднанням скінченного числа елементів розбиття R .

Доведення. Нехай $R : A_1, A_2, \dots, A_k$. Очевидно, що

$$\bar{A}_i = \left(\bigcup_{j=1}^{i-1} A_j \right) \cup \left(\bigcup_{l=i+1}^k A_l \right) \quad (12)$$

Тобто $\bar{A}_i$ дорівнює об'єднанню скінченного числа елементів розбиття R , де $i = \{1, 2, \dots, k\}$.

Очевидна також наступна рівність:

$$\overline{A_{j_1} \cup A_{j_2} \cup \dots \cup A_{j_m}} = A_{j_1} \cup A_{j_2} \cup \dots \cup A_{j_m} \quad (13)$$

Зауважимо, що тут

$$\{j_1, j_2, \dots, j_{k-1}\} = \{1, 2, \dots, k\} \setminus \{i_1, i_2, \dots, i_m\}$$

З визначення алгебри розбиття слідує, що всі елементи представляються через елементи розбиття R за допомогою операцій $\cup$ та $\cap$.

Використовуючи правило де Моргана

$$B_1 \cap B_2 = \overline{B_1 \cup B_2}, (B_1, B_2 \in S_1) \quad (14)$$

Довільний елемент алгебри S_1 можна звести до виразу, який не містить операцію перетину.

Таким чином, застосовуючи формули (14), (12), (13) (у вказаному порядку), любий елемент алгебри S_1 можна представити у вигляді об'єднання елементів розбиття R . Отже теорема доведена.

Алгебра S називається скінченною, якщо кількість її елементів скінченна.

Враховуючи той факт, що кількість різних об'єднань скінченної родини множин скінченно, та теорему 1, отримаємо:

Наслідок 1. Всяка алгебра розбиття R є скінченною алгеброю.

Теорема 2 Всяка скінченна S_k алгебра є алгеброю розбиття.

Доведення: Нехай $A_1, A_2, \dots, A_n$ – деякий базис алгебри S_k . Утворимо наступні множини:

$$K_{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n} = A_1^{\alpha_1} \cap A_2^{\alpha_2} \cap \dots \cap A_n^{\alpha_n}.$$

Зауважимо, що тут $\alpha_i \in \{0, 1\}; A_i^0 = \bar{A}_i; A_i^1 = A_i, (i = 1, 2, \dots, n)$.

Позначимо родину множин $K_{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n}$, через R . Родина R є розбиттям множини G .

Дійсно, якщо $x \in G$, то знайдуться такі $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$, що $x \in A_i^{\beta_i}$. Отже $x \in K_{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n}$. З іншого

боку, різні множини родини R не містять однакових елементів. Тепер покажемо, що $S(R) = S_k$. Для цього достатньо показати, що $S(R)$ містить базис алгебри S_k . Але це слідує з того очевидного факту, що: $A_i = \bigcup K_{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{i-1}, 1, \alpha_{i+1}, \dots, \alpha_n}$.

Зауважимо, що тут

$$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{i-1}, \alpha_{i+1}, \dots, \alpha_n \in \{0, 1\}, i = 1, 2, \dots, n.$$

Таким чином, вивчення скінченних розбиттів можна звести до вивчення скінчених алгебр.

Нехай деякий предикат p , який задає розбиття множини на R класів, задає деяку схему, яка представляється у вигляді ДНФ від ознак p_i , $(i = 1, 2, \dots, n)$, де ознаки p_i мають значність k_i . Для визначеності будемо рахувати, що $k_j \leq k_n$, $(j = 1, 2, \dots, n - 1)$. Тоді кожному набору α предикатів можна однозначно поставити у відповідність його k_n – вий код. В подальшому вказані набори ознак будуть узагальнювати з їх k_n – вим кодом.

Позначимо перетин $G_{i_1}^{p_1} \cap G_{i_2}^{p_2} \cap \dots \cap G_{i_n}^{p_n}$ через $\cap \alpha$, де α – k_n – вий код набору $p_1^{i_1} p_2^{i_2} \dots p_n^{i_n}$, $(i_j \in \{0, 1, \dots, k_j\}; j = 1, 2, \dots, n)$.

Наступна теорема дає зв'язок між базами розбиттів алгебр, які визначені ознаками $p_i (i = 1, 2, \dots, n)$, та базисом розбиття алгебр, які визначені предикатом p .

Теорема 3. Нехай предикат p задає розбиття $R: G_0, G_1, \dots, G_{k-1}$, приймає значення m на наборах $\alpha_1^m, \alpha_2^m, \dots, \alpha_r^m$ і тільки на них

$$(m \in \{0, 1, \dots, k - 1\})(r \leq k_1 * k_2 * \dots * k_n).$$

Тоді об'єднання виду $\bigcup_{j=1}^r (\cap \alpha_j^m)$, і тільки тоді вони є компонентами розбиття фіксованого предикату p .

Доведення. Дійсно, нехай деякий елемент x множини G належить перетину $\cap \alpha_j^m; (j \in \{1, 2, \dots, r\})$, де $m \in \{0, 1, \dots, k - 1\}$. Тоді очевидно, $x \in G_m$ для всіх $j \in \{1, 2, \dots, r\}$. Таким чином, $\bigcup_{j=1}^r (\cap \alpha_j^m) \subset G_m$.

Покажемо, що $\bigcup_{j=1}^r (\cap \alpha_j^m) \supset G_m$.

Дійсно, нехай $x_1 \in G_m$. Це означає, що значення ознак $p_1, p_2, \dots, p_n$ при x_1 визначає такий набір α , що $p(\alpha) = m$. Отже, $\alpha \in \{\alpha_1^m, \alpha_2^m, \dots, \alpha_r^m\}$ тобто $x_1 \in \bigcup_{j=1}^r (\cap \alpha_j^m)$.

Теорема доведена.

Висновки. Отже, в роботі були розглянуті базові поняття теорії розпізнавання дискретних об'єктів – функції та загальні схеми розпізнавання. Також введено поняття узагальненої ознаки, причому в її якості можуть виступати автономні алгоритми класифікації довільної структури.

Також слід зазначити, що, як показано в даній роботі, між схемами розпізнавання, скінченими розбиттями та скінченими алгебрами існує безпосередній зв'язок, що дозволяє під час вивчення схем розпізнавання та скінчених розбиттів використовувати апарат скінчених алгебр. Дане дослідження актуальне для всіх методів класифікації дискретних об'єктів.

Список літератури:

1. Повхан І.Ф. Визначення поняття ознаки в теорії розпізнавання образів. *Науково технічний журнал «Штучний Інтелект»*, 2002, № 4, С. 512–517.
2. Повхан І.Ф. Групова та індивідуальна оцінка важливості бульових аргументів. *Вісник національного технічного університету «ХПІ»*, 2011, № 53, С. 57–64.
3. Повхан І.Ф., Василенко Ю.А., Василенко Е.Ю. Концептуальна основа систем розпізнавання образів на основі метода розгалуженого вибору ознак. *Науково технічний журнал «European Journal of Enterprise Technologies»*, 2004, № 7[1], С. 13–15.
4. Повхан І.Ф., Василенко Е.Ю., Василенко Ю.А. Метод розгалуженого вибору ознак в математичному конструюванні багаторівневих систем розпізнавання образів. *Науково технічний журнал «Штучний Інтелект»*, 2003, № 7, С. 246–249.
5. Povhan I. General scheme for constructing the most complex logical tree of classification in pattern recognition discrete objects. *Збірник наукових праць «Електроніка та інформаційні технології»*, Львів, 2019. Випуск 11. С. 112–117.
6. Повхан І.Ф. Проблема функціональної оцінки навчальної вибірки в задачах розпізнавання дискретних об'єктів. *Вчені записки Таврійського національного університету. Серія: технічні науки*. 2018. Том 29(68) № 6 2018. С. 217–222.

ПОНЯТИЕ ФУНКЦИИ И АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ СХЕМЫ РАСПОЗНАВАНИЯ В ЗАДАЧАХ КЛАССИФИКАЦИИ ДИСКРЕТНЫХ ОБЪЕКТОВ

Работа посвящена принципиальным понятиям теории распознавания дискретных объектов – функции и алгебраической схеме распознавания. Правильно построенная функция распознавания позволяет обеспечить минимальную и эффективную схему классификации, что обеспечивает простое и полное распознавание дискретных объектов.

Ключевые слова: распознавание дискретных объектов, алгебраическая схема, функция распознавания.

**THE CONCEPT OF FUNCTION AND ALGEBRAIC RECOGNITION SCHEME
IN CLASSIFICATION PROBLEMS OF DISCRETE OBJECTS**

The work is devoted to the basic concept of the theory of recognition of discrete objects – functions and algebraic recognition scheme. Properly constructed recognition function allows to provide a minimum and effective classification scheme that provides a simple and complete recognition of discrete objects.

Key words: *discrete object recognition, algebraic scheme, recognition function.*